

**Concursul de Matematică  
„Nicanor Moroșan” - Pârteștii de Jos  
Ediția a XVIII– a  
04.04.2026  
Clasa a VII - a**

**SUBIECTUL I (25p)**

**a)(15p) Se consideră numerele reale:**

$$a = \left( \frac{11}{\sqrt{72}} - \frac{5}{\sqrt{32}} + \frac{3}{\sqrt{8}} - \frac{4}{\sqrt{18}} \right) : \frac{\sqrt{6}}{12} \text{ și } b = \left( \frac{18}{\sqrt{8}} - \frac{15}{\sqrt{18}} + \frac{24}{\sqrt{32}} - \frac{10}{\sqrt{50}} \right) : \frac{12}{\sqrt{6}}.$$

**Calculați diferența dintre media aritmetică și media geometrică a numerelor reale a și b.**

$$a = \frac{3\sqrt{3}}{2} \dots\dots\dots 4 \text{ puncte}$$

$$b = \frac{2\sqrt{3}}{3} \dots\dots\dots 4 \text{ puncte}$$

$$m_a(a, b) = \frac{13\sqrt{3}}{12} \dots\dots\dots 2 \text{ puncte}$$

$$m_g(a, b) = \sqrt{3} \dots\dots\dots 2 \text{ puncte}$$

$$m_a(a, b) - m_g(a, b) = \frac{\sqrt{3}}{12} \dots\dots\dots 3 \text{ puncte}$$

**b) (10p) Fie x, y numere reale strict pozitive. Folosind relația  $\frac{2}{\sqrt{xy}} \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ ,**

**arătați că:  $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{6}} \leq \frac{11}{6}$ .**

$$\frac{2}{\sqrt{1 \cdot 2}} \leq \frac{1}{1} + \frac{1}{2} \dots\dots\dots 2 \text{ puncte}$$

$$\frac{2}{\sqrt{1 \cdot 3}} \leq \frac{1}{1} + \frac{1}{3} \dots\dots\dots 2 \text{ puncte}$$

$$\frac{2}{\sqrt{2 \cdot 3}} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \dots\dots\dots 2 \text{ puncte}$$

$$2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 \cdot 2}} + \frac{1}{\sqrt{1 \cdot 2}} + \frac{1}{\sqrt{1 \cdot 2}} \right) \leq \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \dots\dots\dots 2 \text{ puncte}$$

$$\text{Finalizare: } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{6}} \leq \frac{11}{6} \dots\dots\dots 2 \text{ puncte}$$

## SUBIECTUL II (20p)

**a)(8p) Arătați că  $|4 - \sqrt{3}| + |4 - 2\sqrt{3}| + |4 - 3\sqrt{3}| \in \mathbb{N}$ .**

Explicitarea modulelor (1p+1p+2p) ..... 4 puncte

Efectuarea calculelor .....2 puncte

Finalizare:  $4 \in \mathbb{N}$  ..... 2 puncte.

**b)(12p) Arătați că pentru orice număr rațional  $x \in \mathbb{Q}$  numărul**

**$A = |x - \sqrt{3}| + |x - 2\sqrt{3}| + \dots + |x - 2026\sqrt{3}|$  nu este rațional.**

Notăm  $|x - k\sqrt{3}| = a_k(x - k\sqrt{3})$ ,  $a_k = \pm 1$ , atunci:

$A = (a_1 + a_2 + \dots + a_{2026})x - \sqrt{3}(a_1 + 2a_2 + \dots + 2026a_{2026})$  .....3 puncte

Presupunem că  $A \in \mathbb{Q}$ , rezultă  $\sqrt{3}(a_1 + 2a_2 + \dots + 2026a_{2026}) \in \mathbb{Q}$ , atunci

$(a_1 + 2a_2 + \dots + 2026a_{2026}) = 0$  ..... 3 puncte

$(a_1 + 3a_3 + \dots + 2025a_{2025}) + (2a_2 + 4a_4 + \dots + 2026a_{2026}) = 0$  .....3 puncte

$(a_1 + 3a_3 + \dots + 2025a_{2025})$  este un număr impar, deoarece  $a_k = \pm 1$ , dar

$(2a_2 + 4a_4 + \dots + 2026a_{2026})$  este un număr par, atunci egalitatea este falsă

.....2 puncte

Finalizare:  $A \notin \mathbb{Q}$  ..... 1 punct.

## SUBIECTUL III (25p)

**a)(10p) Fie ABCD un trapez isoscel care are bazele AB și CD, cu  $AB = BC = DA = 4 \text{ cm}$  și  $CD = 8 \text{ cm}$ . Dacă M este mijlocul laturii CD, atunci demonstrați că  $AM \perp BD$ .**

Construcția figurii geometrice ..... 2 puncte

ABMD paralelogram ..... 3 puncte

ABMD romb ..... 3 puncte

Finalizare ..... 2 puncte.

**b)(15p) În pătratul ABCD cu  $AB = 30\text{ cm}$ , punctul  $E \in AB$ , astfel încât  $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{4}$ . Știind că  $EF \parallel AD$ ,  $F \in AC$  și  $FG \parallel DC$ ,  $G \in BC$ , aflați aria patrulaterului EFGB.**

- Construcția figurii geometrice ..... 2 puncte  
 $AE = 6\text{ cm}$ ,  $EB = 24\text{ cm}$ .....3 puncte  
 EFGB dreptunghi ..... 5 puncte  
 $EF = 6\text{ cm}$  ..... 3 puncte  
 Finalizare  $A_{EFGB} = 144\text{ cm}^2$  ..... 2 puncte

**SUBIECTUL IV (20p)**

**În patrulaterul convex ABCD,  $\sphericalangle ABC = 45^\circ$ ,  $\sphericalangle BAD = 150^\circ$ , iar triunghiul ADC este dreptunghic isoscel cu ipotenuza AC. Calculați măsura unghiului  $\sphericalangle BDC$ .**

- Construcția figurii geometrice ..... 2 puncte  
 Construim în  $\triangle ADC$  mediana DE,  $DE \perp AC$ , deci  $DE = \frac{AC}{2}$  ..... 2 puncte  
 $\sphericalangle BCD = 75^\circ$  ..... 3 puncte  
 În  $\triangle ABC$ ,  $AF \perp BC$ ,  $\sphericalangle ACF = 30^\circ$ , atunci  $AF = \frac{AC}{2}$  ..... 3 puncte  
 $\triangle ABF$  dreptunghic isoscel, atunci  $AF = BF$  ..... 3 puncte  
 $\triangle ABF \equiv \triangle DEA$ , deci  $AF = AD$ , ..... 3 puncte  
 $\triangle ABD$  isoscel, deci  $\sphericalangle ABD = \sphericalangle ADB = 15^\circ$  ..... 2 puncte  
 Finalizare:  $\sphericalangle BDC = 75^\circ$  ..... 2 puncte

*Notă: Orice altă soluție corectă se va puncta corespunzător.*