

OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA LOCALĂ

SUCEAVA, 13.02.2026

CLASA a V-a

BAREM DE CORECTARE

Subiecte propuse de *Andronic Aurica Mihaela*, Pârteștii de Jos

1. (25p) Compară numerele 3^x și 5^y unde:

$$x = \left[3^{61} : 9^{30} + (5^6)^7 : (5^8)^5 \right] : 2^2 \cdot 3 - 3$$

$$y = 100 : \left\{ 23 + 34 : \left[(2 \cdot 3^2)^2 : 18 - 2026^0 \cdot 1^{2026} + 0^{2026} \right] \right\} \cdot 3.$$

Barem:

1. $x = (3^{61} : 3^{60} + 5^{42} : 5^{40}) : 4 \cdot 3 - 3$ $x = (3 + 5^2) : 4 \cdot 3 - 3$ $x = 18$	4p 4p 2p
$y = 100 : [23 + 34 : (18^2 : 18 - 1 \cdot 1 + 0)] \cdot 3$ $y = 100 \cdot (23 + 34 : 17) \cdot 3$ $y = 12$	6 p 2p 2p
$3^x = 3^{18} = (3^3)^6 = 27^6$ $5^y = 5^{12} = (5^2)^6 = 25^6$ $27 > 25 \Leftrightarrow 27^6 > 25^6 \Leftrightarrow 3^x > 5^y$	2p 2p 1p

2. (25p) Se consideră șirul de numere naturale: 1, 2, 4, 8, 16,.....

a) (5p) Completează șirul cu încă patru termeni.

b) (10p) Stabilește dacă numărul 4096 este termen al șirului, iar în caz afirmativ precizează al câtelea termen este în șir.

c) (10p) Calculează ultima cifră a sumei primilor 2026 termeni ai șirului.

Barem:

Șirul se poate scrie $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, \dots, 2^n$ termeni sunt: $2^5 = 32, 2^6 = 64, 2^7 = 128, 2^8 = 256$.	1p 4p
$a_1 = 2^0, a_2 = 2^1, a_3 = 2^2, a_4 = 2^3, a_5 = 2^4, \dots, a_n = 2^{n-1}$ $4096 = 2^{12}, a_{13} = 2^{12}$ Numărul 4096 este termen al șirului și este al 13-lea termen.	4p 4p 2p
$S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2026} = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2025}$ $2 \cdot S = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2025} + 2^{2026}$	2p 3p 3p

$2 \cdot S - S = 2^{2026} - 1$ $u(S) = u(2^{2026} - 1) = u(4 - 1) = 3$	2p
---	----

3. (20p) Fie numerele a și b , unde: $a = 2026 + 2 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 2025)$ și

$$b = 1 + 3 + 5 + \dots + 2025. \text{ Arată că } a = 4 \cdot b.$$

Barem:

$a = 2026 + 2 \cdot 2025 \cdot 2026 : 2$	2p
$a = 2026 + 2025 \cdot 2026$	2p
$a = 2026(1 + 2025) = 2026 \cdot 2026 = 2026^2$	2p
$b = 1 + 3 + 5 + \dots + 1013 = (2 \cdot 1 - 1) + (2 \cdot 2 - 1) + (2 \cdot 3 - 1) + \dots + (2 \cdot 1013 - 1)$	3p
$b = 2(1 + 2 + 3 + \dots + 1013) - 1013 = 2 \cdot 1013 \cdot 1014 : 2 - 1013 = 1013 \cdot 1014 - 1013$	5p
$b = 1013 \cdot (1014 - 1) = 1013 \cdot 1013 = 1013^2$	2p
$a = 2026^2 = (2 \cdot 1013)^2 = 2^2 \cdot 1013^2 = 4 \cdot 1013^2 = 4 \cdot b$	4p

4. (20p) Într-o tabără, numărul elevilor este un număr par de trei cifre, mai mare decât pătratul perfect al celui mai mic număr natural de două cifre identice și mai mic decât cel mai mic cub perfect par de trei cifre. A cincea parte dintre elevi merg la piscină, iar a noua parte dintre elevi doresc să meargă în parc. Determină numărul elevilor din tabără.

Barem:

Cel mai mic număr natural de două cifre identice este 11, iar pătratul lui $11^2 = 121$.	2p
Cel mai mic cub perfect par de trei cifre: $6^3 = 216$	2p
Numărul elevilor din tabără îl notăm cu n și este cuprins între 121 și 216.	2p
A cincea parte dintre elevi merg la piscină $\Rightarrow n : 5$	4p
A noua parte dintre elevi merg în parc $\Rightarrow n : 9$	4p
deci n este multiplu comun al lui 5 și a lui 9 $\Rightarrow n : 45$	
Multiplii lui 45 cuprinși între 121 și 216 sunt: 135 și 180.	2p
135 este impar,	2p
180 este par și respectă condițiile problemei	2p

Notă: Orice altă soluție corectă se va puncta corespunzător.