

OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA LOCALĂ

SUCEAVA, 13.02.2026

CLASA a VII-a

Problema 1. (20 puncte)

Se consideră numărul real $x = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \dots + \frac{\sqrt{500}-\sqrt{499}}{\sqrt{499 \cdot 500}}$.

- a) (5p) Calculați: $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}$.
- b) (10p) Arătați că $0 < x < 1$.
- c) (5p) Determinați partea întreagă a numărului $\sqrt{500} \cdot x$.

Problema 2. (25 puncte)

- a) (10p) Determinați cifrele a și b pentru care numărul $\sqrt{2, (a) + 3, (b)}$ este număr rațional.
- b) (15p) Arătați că numărul $N = \frac{(5+15)^2 + \sqrt{\frac{3}{2^2} \cdot a^2 \cdot \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} \cdot a^2 - \sqrt{160000}}}{(10+3) \cdot 2 - \sqrt{625}} + a$ nu poate fi pătrat perfect oricare ar fi $a \in \mathbb{N}$, $a \neq 0$.

Problema 3. (25 puncte)

- a) (10p) Fie ABC un triunghi de arie 140 cm^2 . Pe latura BC se consideră punctele D și E astfel încât $\frac{BD}{DC} = \frac{3}{7}$ și $\frac{BE}{EC} = \frac{5}{2}$. Calculați aria triunghiului ADE.
- b) (15p) Fie trapezul ABCD, $AB \parallel CD$, $AB > CD$, $AB = 2AD = 2CD$, M mijlocul lui AB, $AC \cap DM = \{N\}$, $MC \cap BD = \{P\}$. Arătați că $\mathcal{A}_{PMB} = \frac{1}{6} \mathcal{A}_{ABCD}$.

Problema 4. (20 puncte)

Fie un triunghi dreptunghic ABC cu ipotenuza BC și punctul M mijlocul ei. Considerăm un punct D oarecare pe ipotenuza BC, iar punctul N este mijlocul segmentului AD și S simetricul lui M față de N. Dreapta SD intersectează catetele AC și AB în punctele P și Q. Să se arate că PS și SQ sunt congruente.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.

2. Se acordă 10 puncte din oficiu.

2. Timp de lucru 2 ore.